TS	2019/2 : Fonctions 1	Lundi 17 décembre

La calculatrice est autorisée. Temps indicatif : 1 heure.

Note sur 20.

Exercice 1 : QCM sans justification (3 points)

Cet exercice constitue un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des réponses est exacte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et on écrira la réponse choisie.

On considère une fonction f définie et dérivable sur [-10 ; 7] dont le tableau de variations est représenté ci-dessous. On rappelle que les flèches obliques traduisent la stricte monotonie et la continuité sur chaque intervalle.

x	-10		-1		5		7
Variations de f	1	↘	- 4	↗	3	↘	-5

1) Parmi les trois assertions suivantes, laquelle est vraie ?
   a) f(0) > f(4)
   b) f(-5) < f(7)
   c) f(-5) > f(-4)
2) Parmi les trois assertions suivantes, laquelle est fausse ?
   a) La fonction f est continue sur [-10 ;7]
   b) Pour tout réel x∈ $[5;7]$, $f'(x) < 0$
   c) L'équation f(x) = 1 admet exactement 3 solutions dans l'intervalle [-10 ; 7]
3) Parmi les trois assertions suivantes, laquelle est impossible ?
   a) La dérivée f ' s'annule en 0.
   b) La courbe représentative de f admet au moins deux tangentes horizontales.
   c) La dérivée f ' change de signe sur l'intervalle [-10 ; -1]

Exercice 2 : (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^3 + 2x - 3$

1) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur [0 ; 1]

2) On considère l'algorithme ci-dessous :

$x \leftarrow 0$
n ←1
Tant que $n \leq k$ Faire
    Tant que $f(x + 10^{-n}) < 0$ Faire
        $x \leftarrow x + 10^{-n}$
    Fin Tantque
    n ← n+1
Fin Tantque

a) Sans donner sa valeur, expliquer ce que contient la variable x après l'exécution de cet algorithme lorsque k prend la valeur 2.

b) Comment s'appelle la méthode associée à cet algorithme ?

Exercice 3 : (7 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 12x + 11$

1) Etudier les variations de f.

2) On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet 3 solutions sur $\mathbb{R}$
Ces solutions seront notées $\alpha; \beta; \gamma$ avec $\alpha < \beta < \gamma$.
a. Donner la valeur exacte ou une valeur approchée au centième de chacune des solutions.
b. Préciser le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

3) On note g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x^3 - 12x + 11)^5$.
a. Calculer $g'(x)$ pour tout x réel.
b. Justifier que les fonctions f et g ont les mêmes variations et les mêmes signes sur $\mathbb{R}$.

Exercice 4 : (6 points)

Dans le repère ci-contre, on a tracé la représentation graphique Γ de la fonction f définie sur $[-1\,;1]$ par $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$
Le point F appartient à Γ.
Déterminer les coordonnées de F sachant que la droite (AF) est la tangente à Γ au point F.